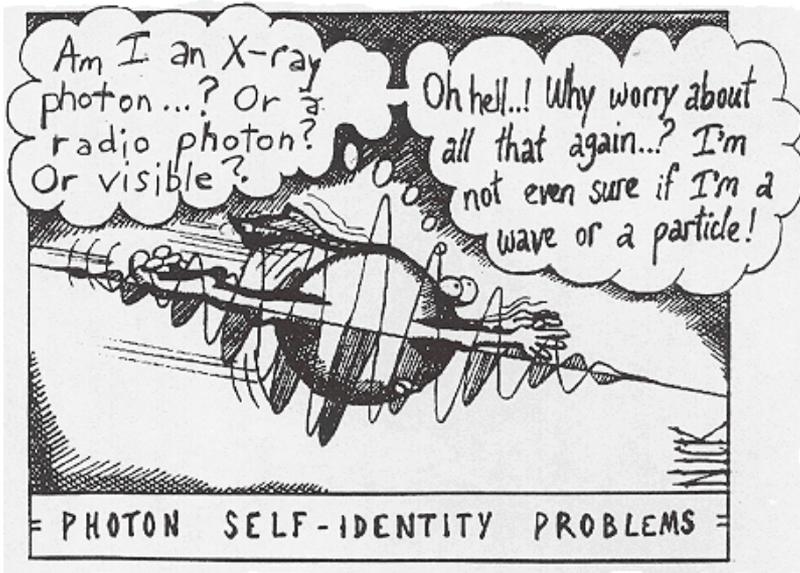


# 量子波澜--3

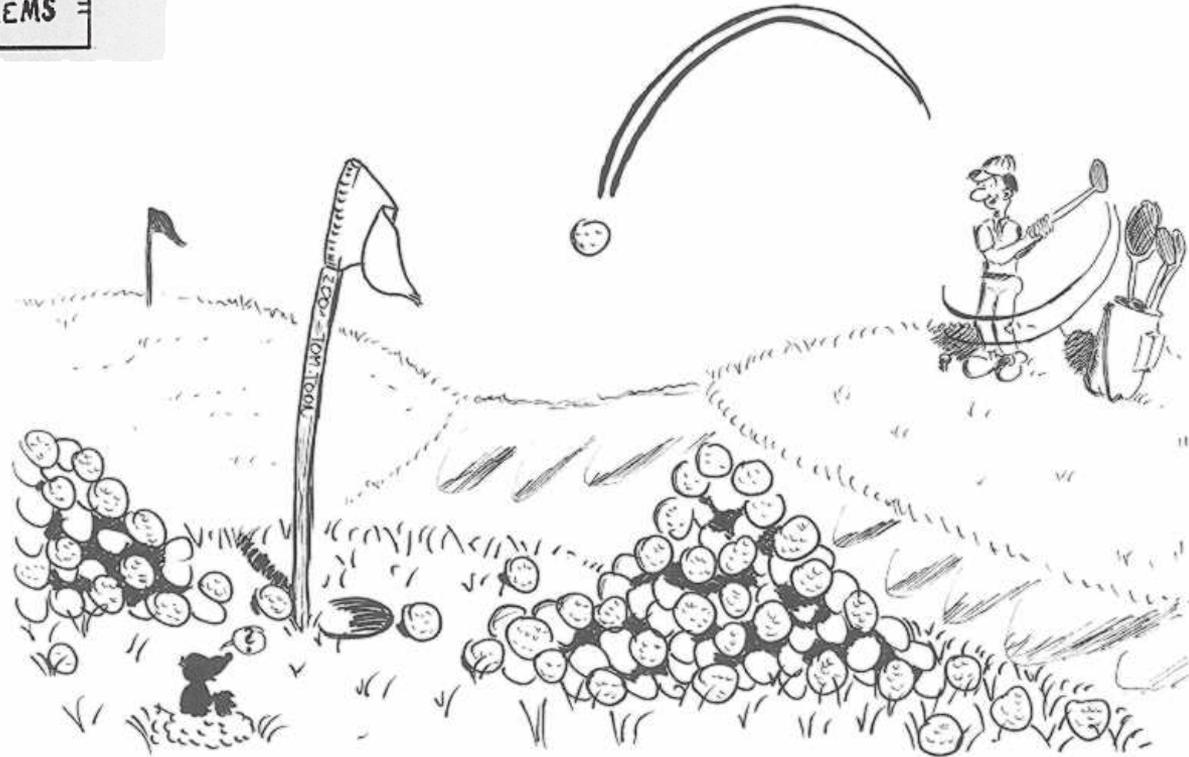
马红孺

上海交通大学机械与动力工程学院

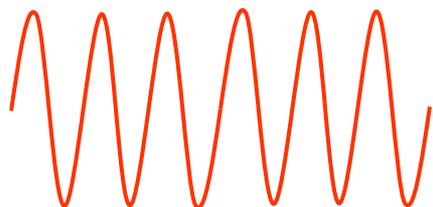
# 量子理论



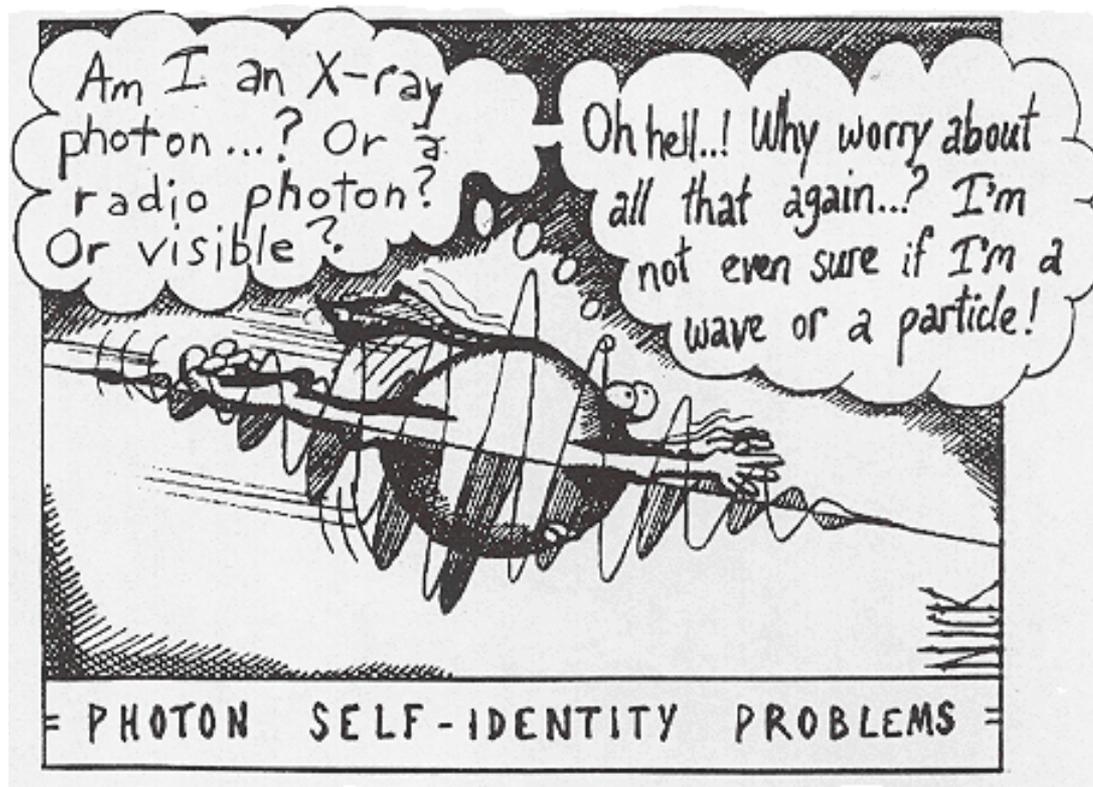
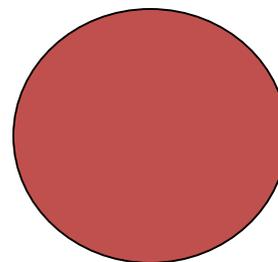
光是什么？



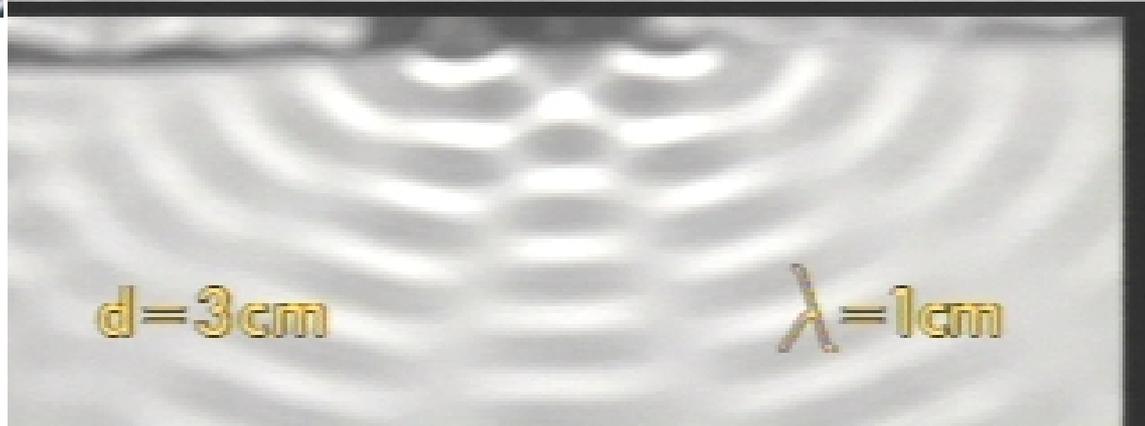
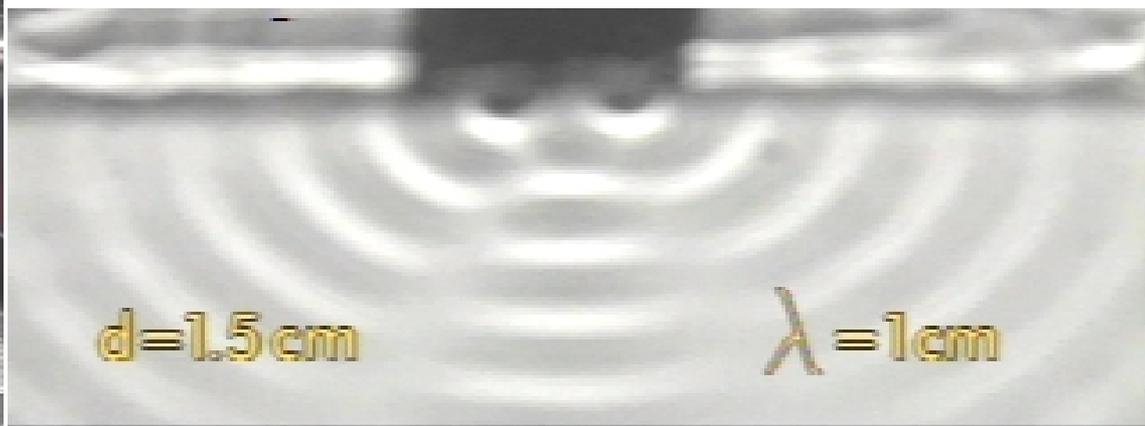
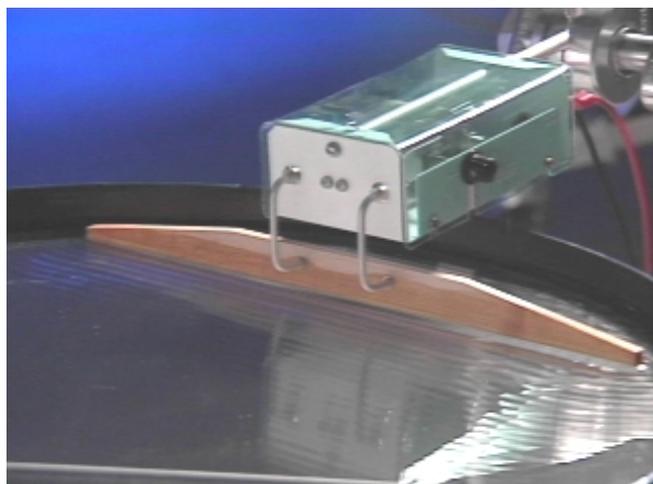
# 波粒二象性



OR



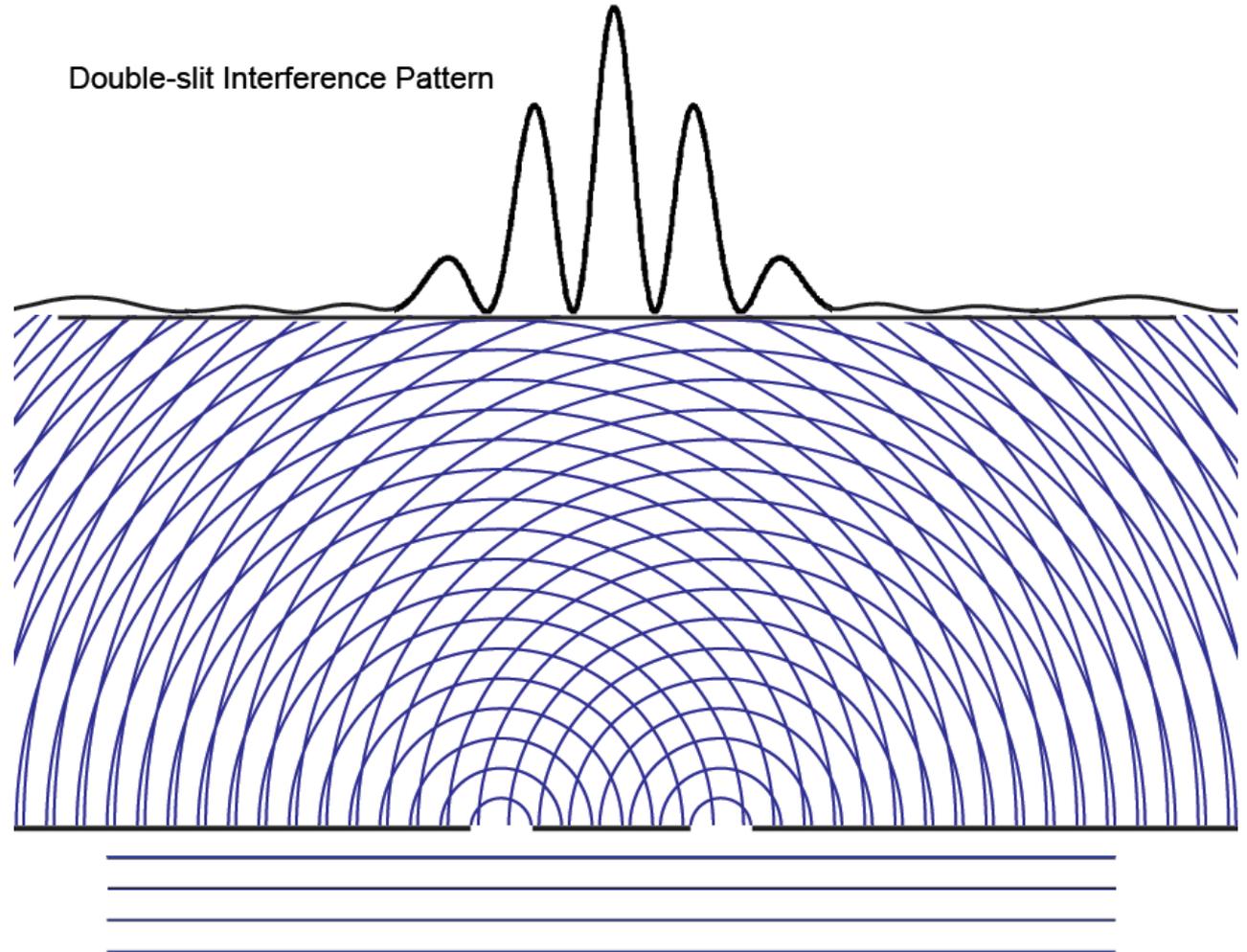
# 波动图像和粒子图像



水波

# 波动图像和粒子图像

- 水波



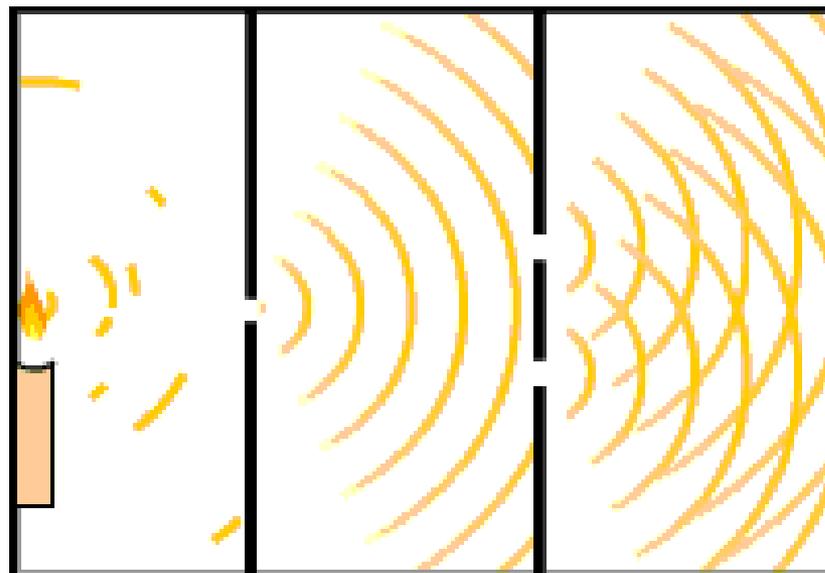
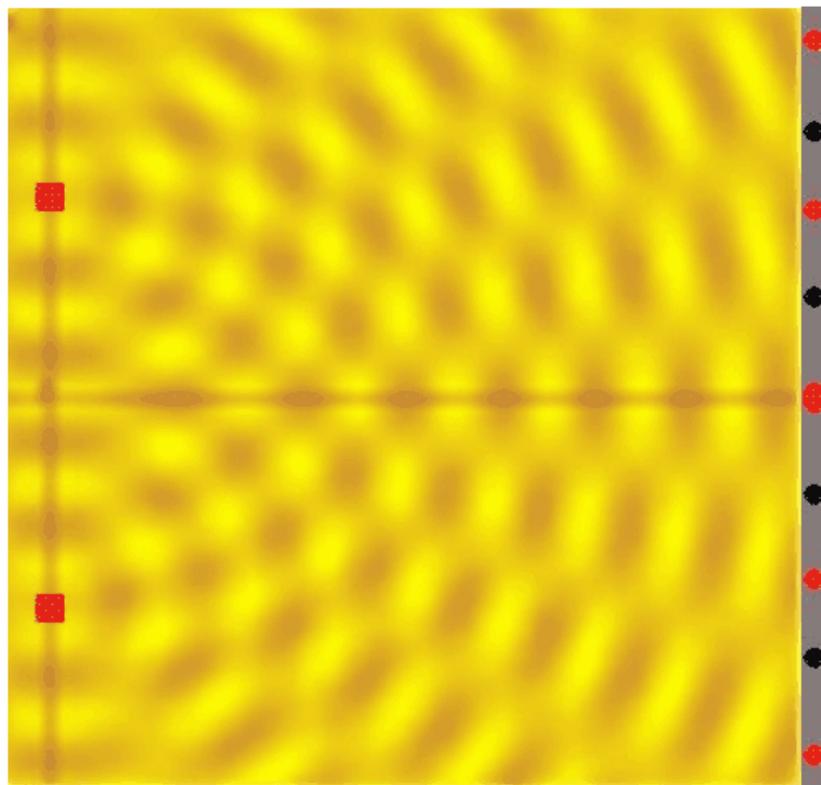
# 扬氏双缝干涉

- 扬氏双缝干涉是证明光的波动性的决定性实验。
- [Thomas Young](#), 1803,  
“Experiments and Calculations Relative to Physical Optics”



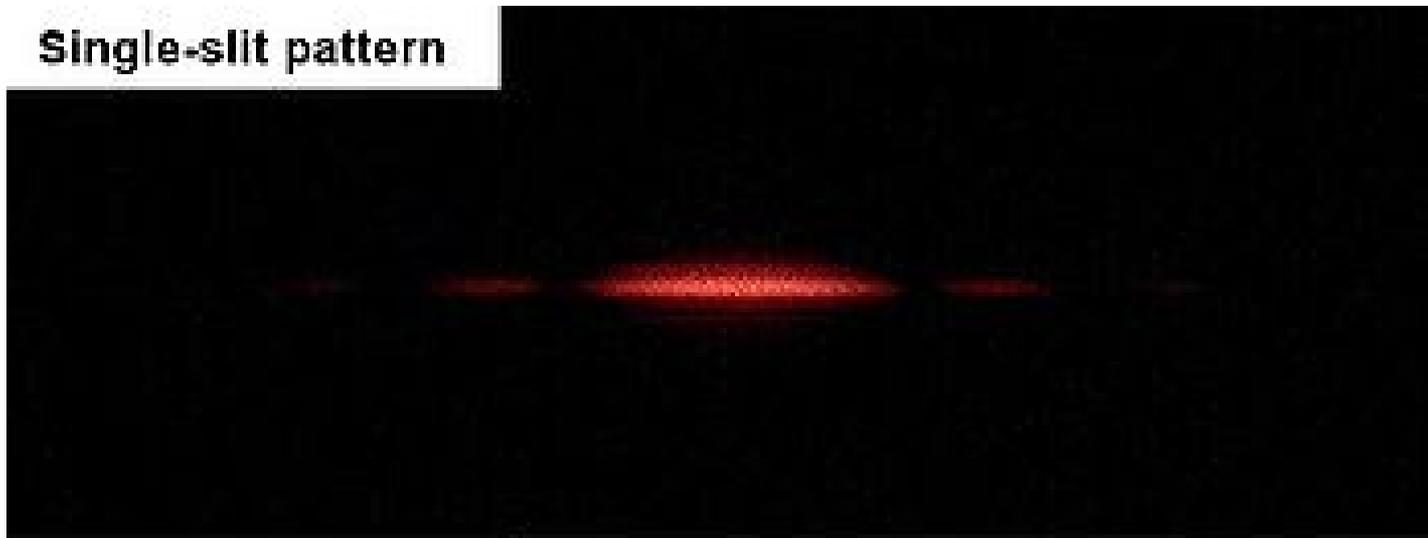
**Thomas Young**  
(13 June 1773 – 10 May 1829), England

# 扬氏双缝干涉

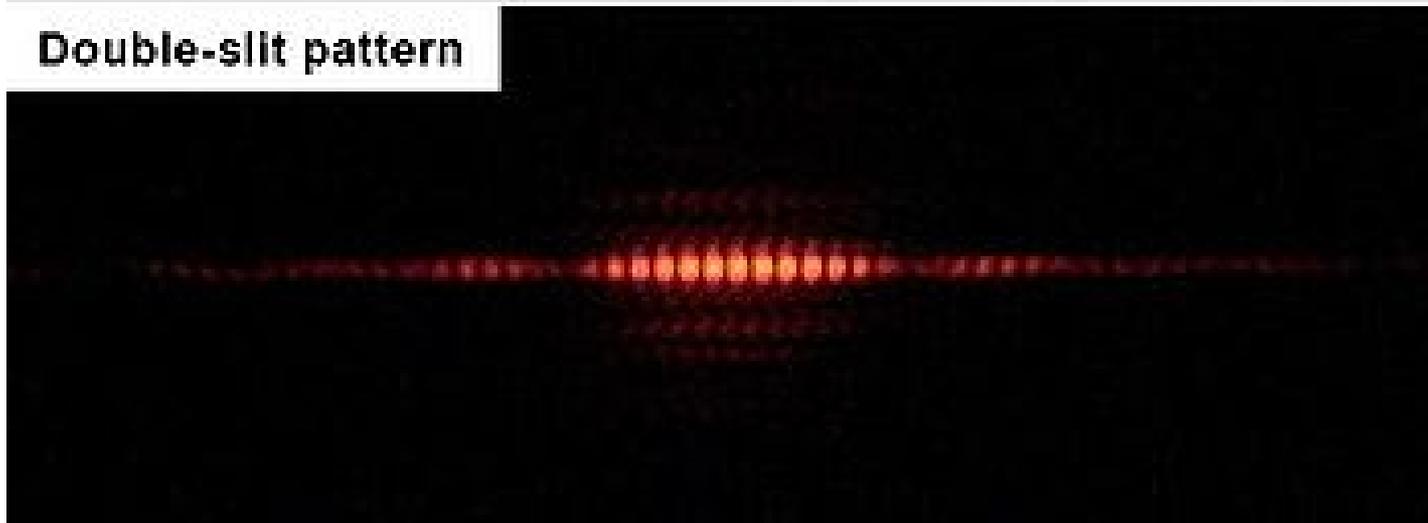


# 扬氏双缝干涉

Single-slit pattern



Double-slit pattern



# 有一点不和谐 ...

20世纪初，有若干个观察结果不能用光的波动理论来解释

其中两个特别重要的现象是：

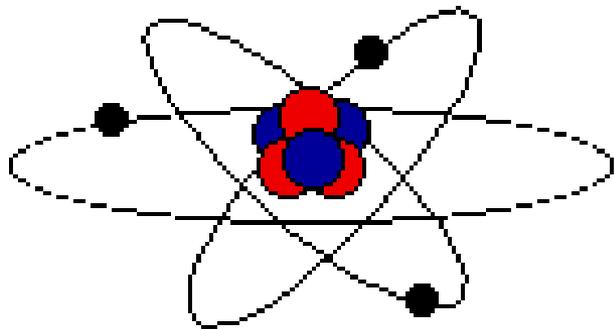
1) 光电效应

2) 康普顿效应

# 光电效应

- 电子束缚在原子上
- 对于金属，原子对于电子的束缚比较弱，很容易解放出来.
- 只要有足够的能量 ...

经典方法： 增加光的强度以增加能量，例如光的亮度



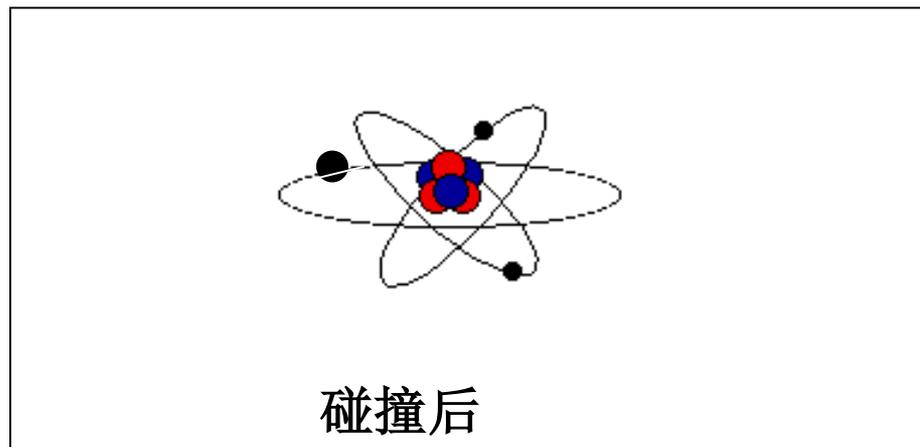
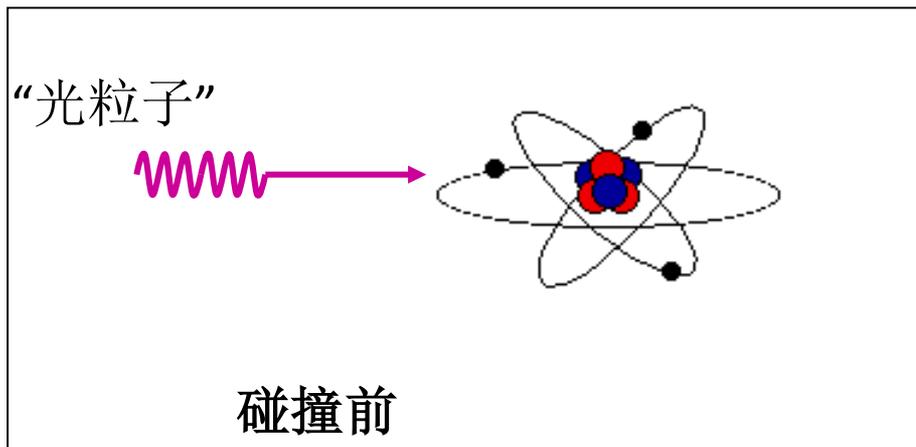
波的能量  $\propto A^2$

But this doesn't work ??

- 光粒子克服原子对电子的束缚能，打出电子
- 如果光粒子的能量大于束缚能，则电子的动能为

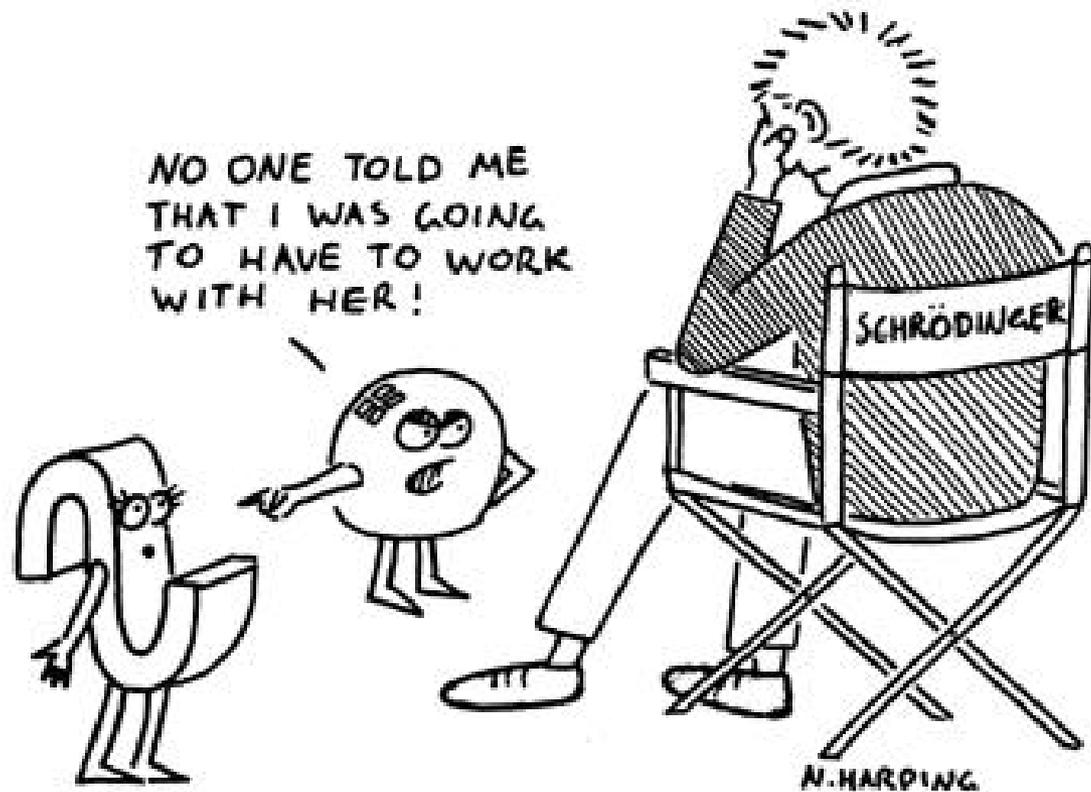
$$E_k = E_{\text{光子}} - E_{\text{束缚}}$$

- 光粒子的能量： $E = h\nu$ ,  $h = 6.6 \times 10^{-34} [Js]$  为普朗克常量.

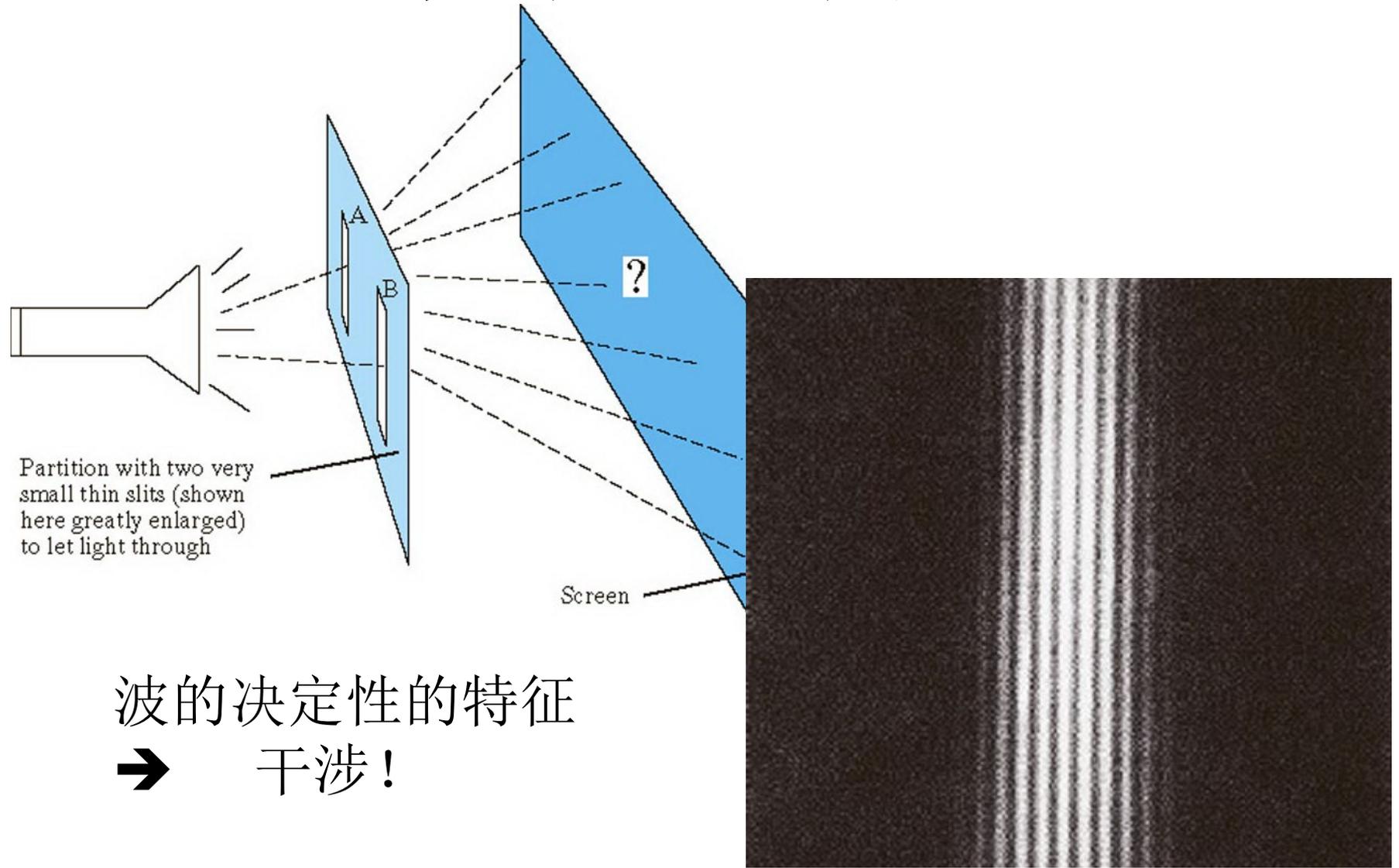


# 光：波还是粒子？

- 这是一个问题



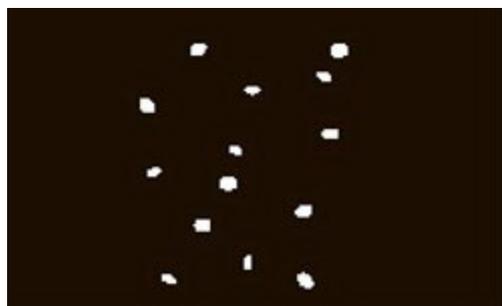
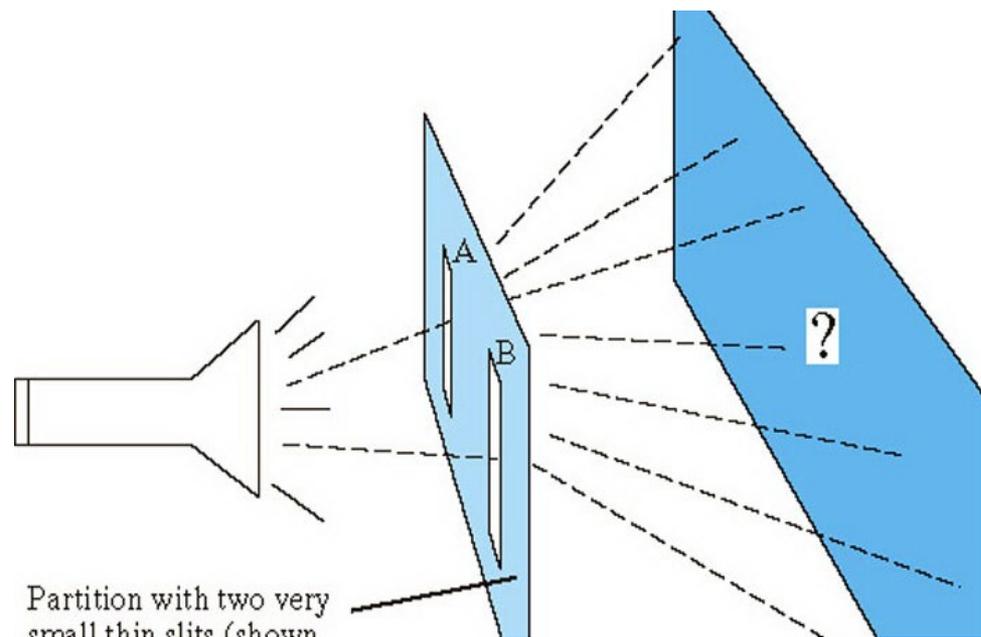
# 光子的量子性



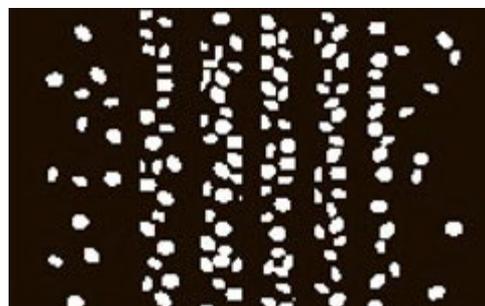
波的決定性的特征

➔ 干涉！

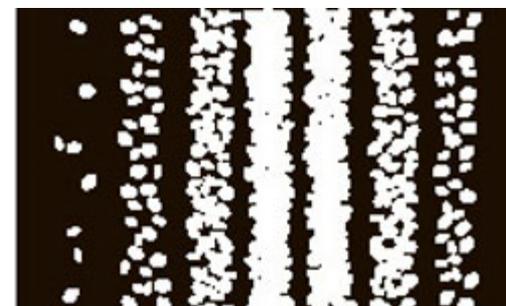
# 如何与粒子性调和?



14个光子打到屏上



曝光时间较长  
~150 光子



更长时间：几千个  
光子

# 光子，数码相机和图像

数码相机，很多像素!

每个像素非常小

→ 高分辨率

光子逐步增多，... ..

波的图像难以解释单个像素.



~3000 光子



~10,000光子



~100,000光子



~10 M 光子



~4 M 光子



~30 M 光子

在晴天，太阳光 发射到地球表面每平方米的能量大约每秒1000 [J]，估计每秒有多少个光子打在一平方米的面积上。

可见光波长大约为 500 [nm] =  $5 \times 10^{-7}$  [m]

由量子理论，单个光子能量：

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8}{5 \times 10^{-7}} = 4 \times 10^{-19} [J]$$

1000 [J] 能量对应的光子数

$$1000 [J] / 4 \times 10^{-19} [J/\text{光子}] = 2.5 \times 10^{21} \text{ 光子}$$

每秒有多少个打到手？

手的面积大约 (10 cm x 10 cm) = 0.1m x 0.1m = 0.01 [m<sup>2</sup>]

大约一平方米接收光子数的1/100<sup>th</sup> →  $2.5 \times 10^{19}$  光子

# 物质波?

光可以表现粒子性, 粒子可以表现出波动性吗?

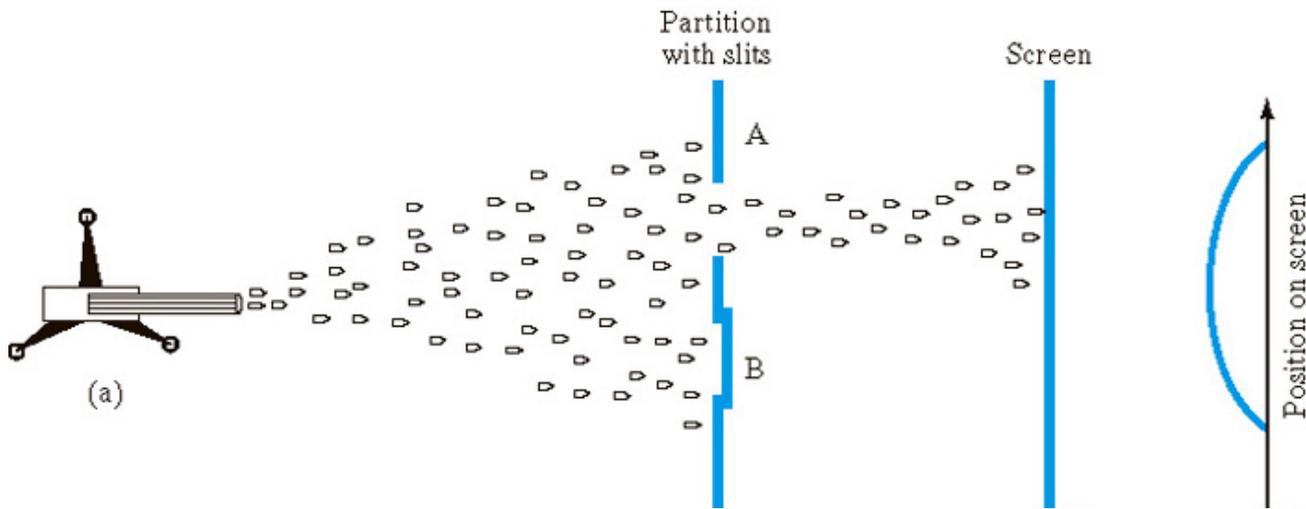
答案: 是!          粒子的波长:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad m \text{ 是静止质量}$$

粒子的波长与动量相联系!

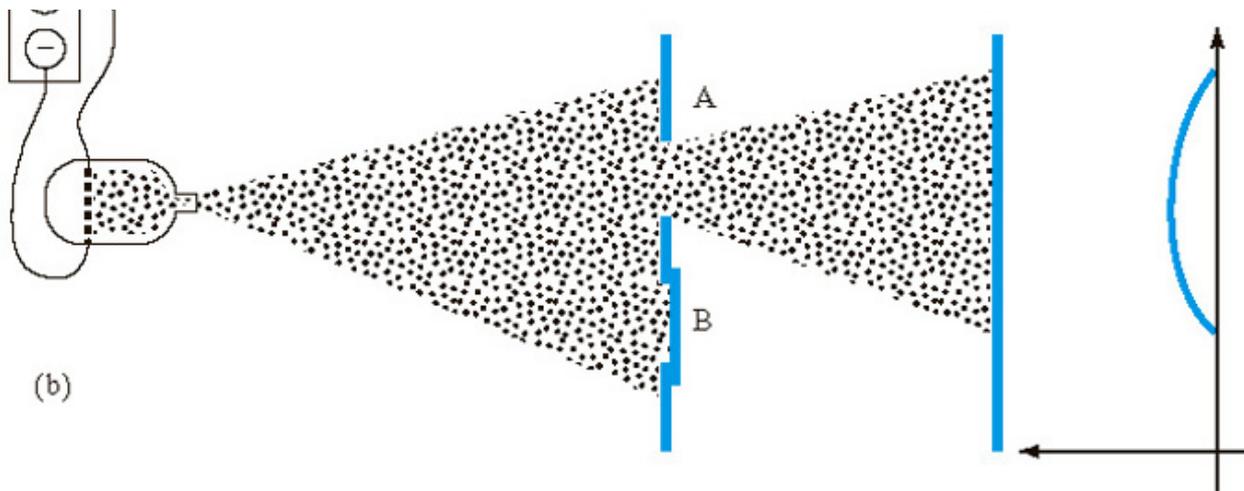
物质粒子具有质量, 光子没有质量!

# 物质粒子能干涉吗？



机枪子弹

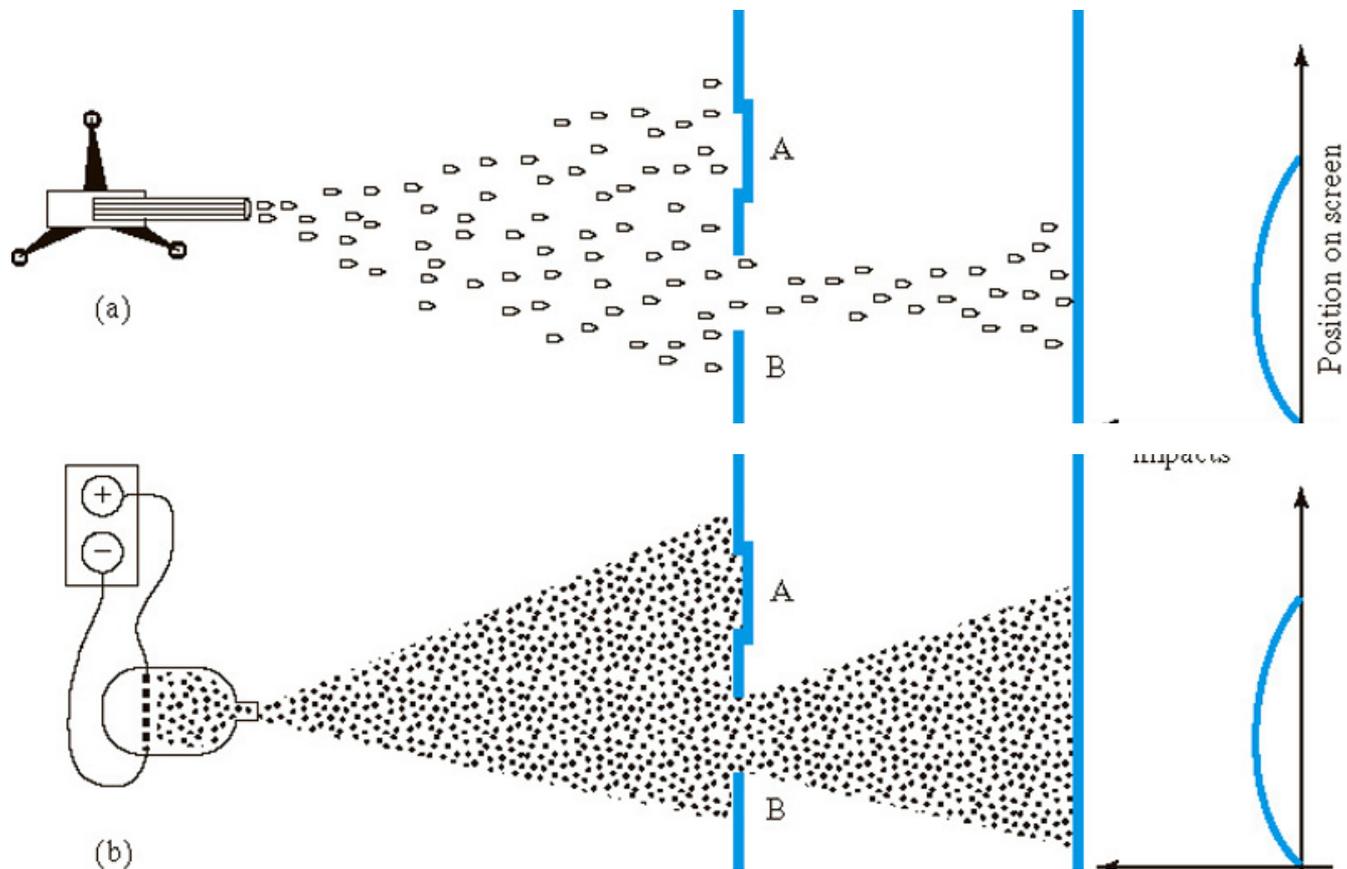
单缝



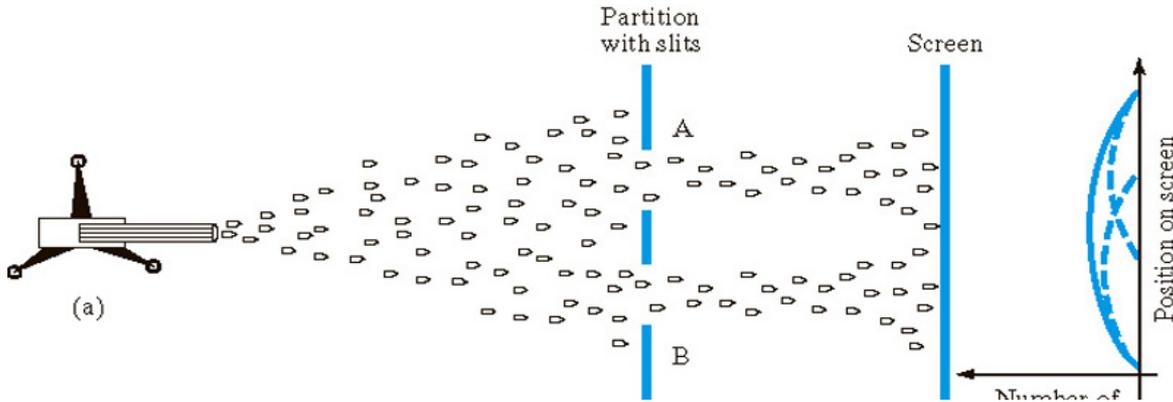
电子

单缝

# 另一个缝?

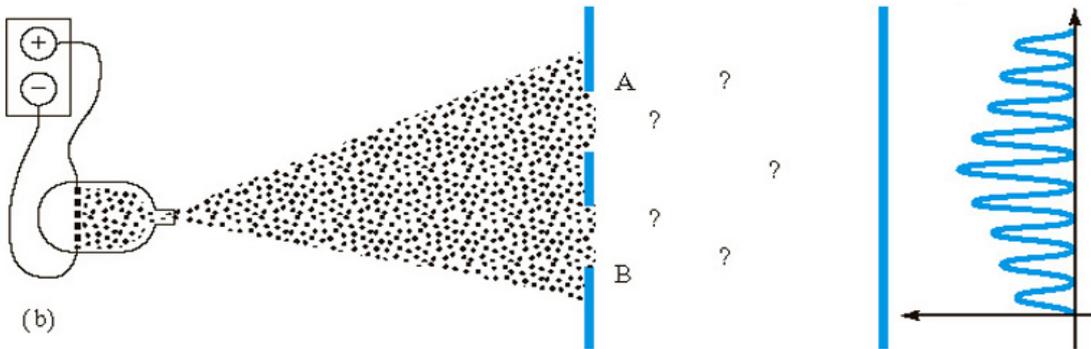


# 双缝?



子弹

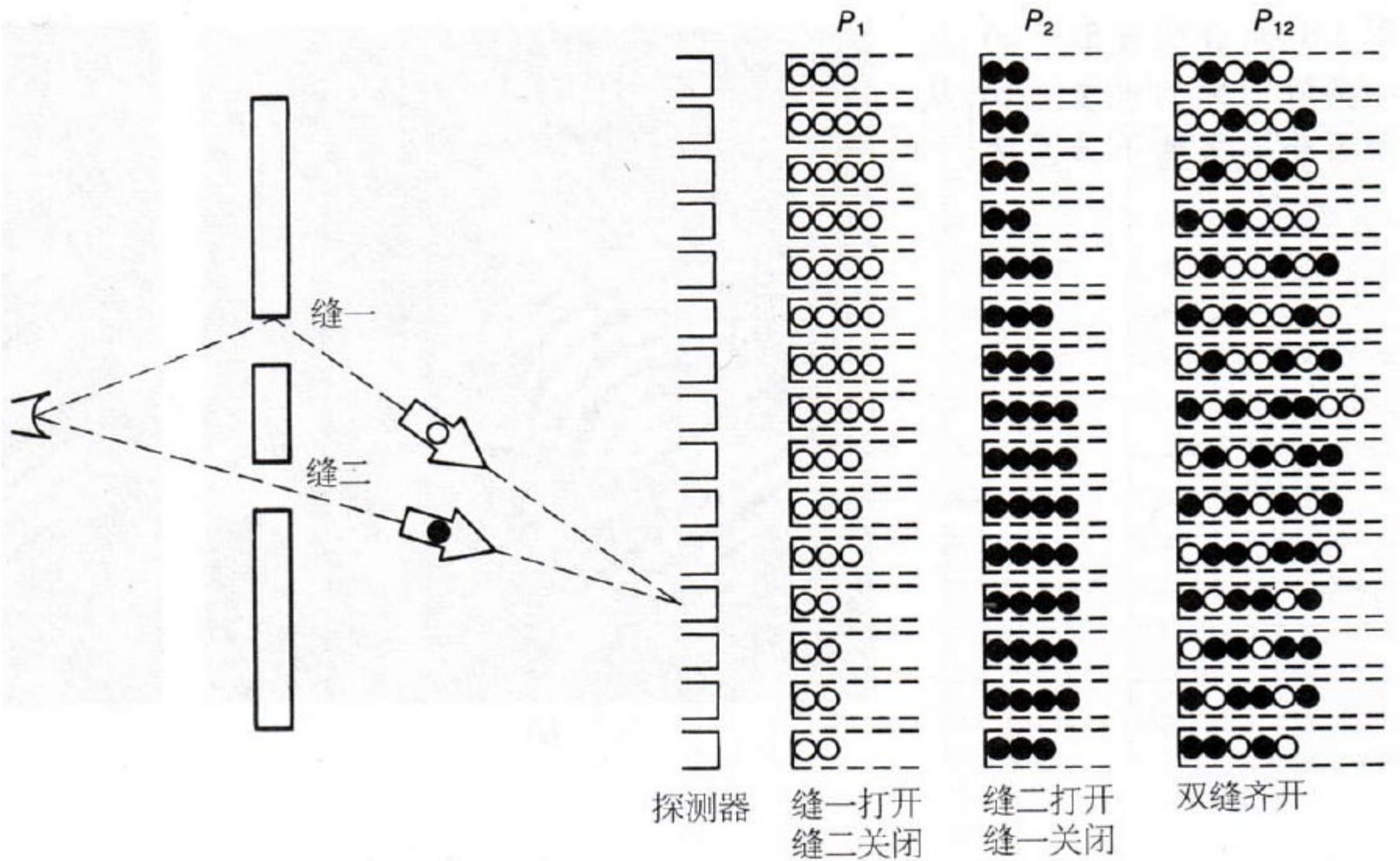
简单相加.

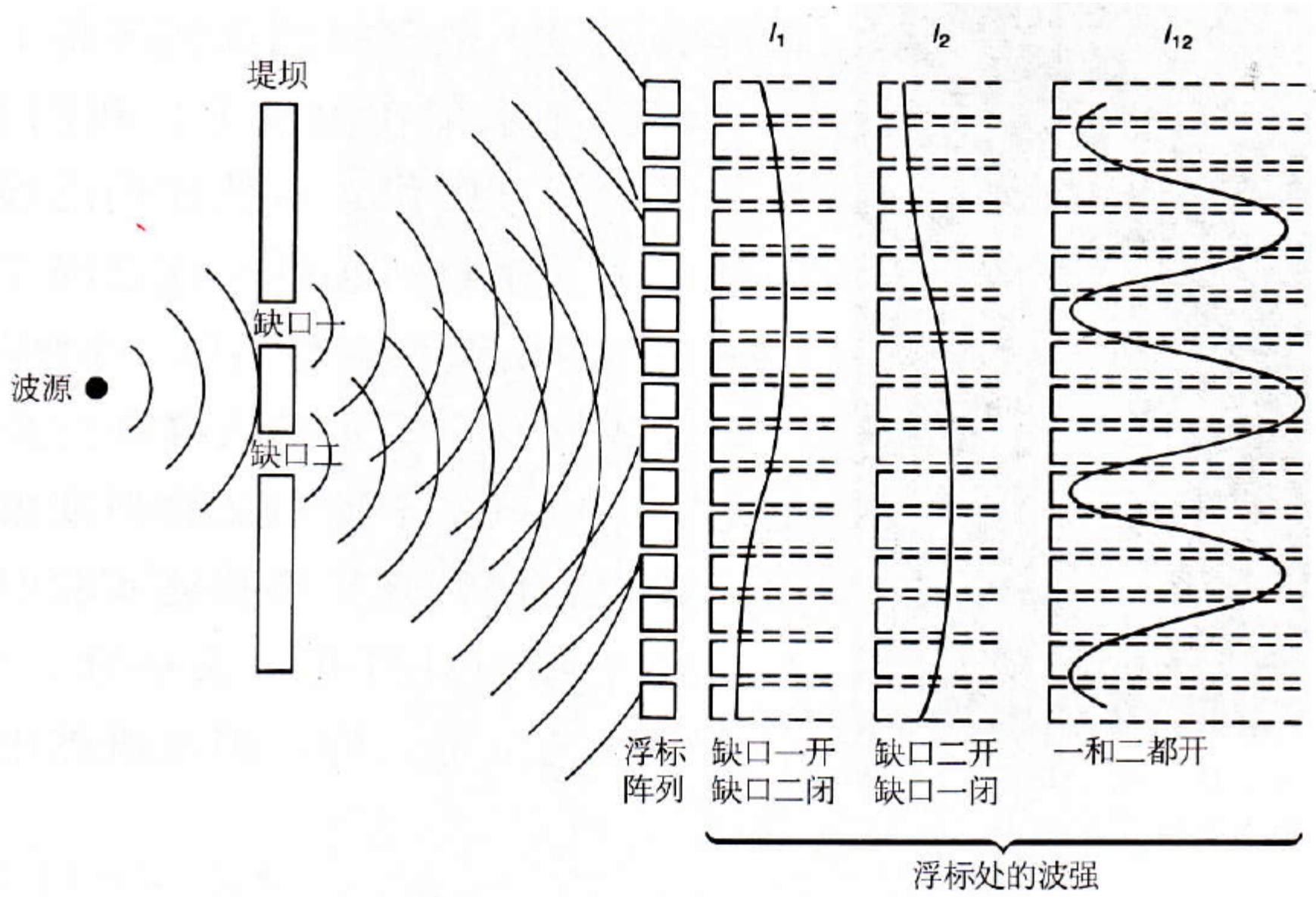


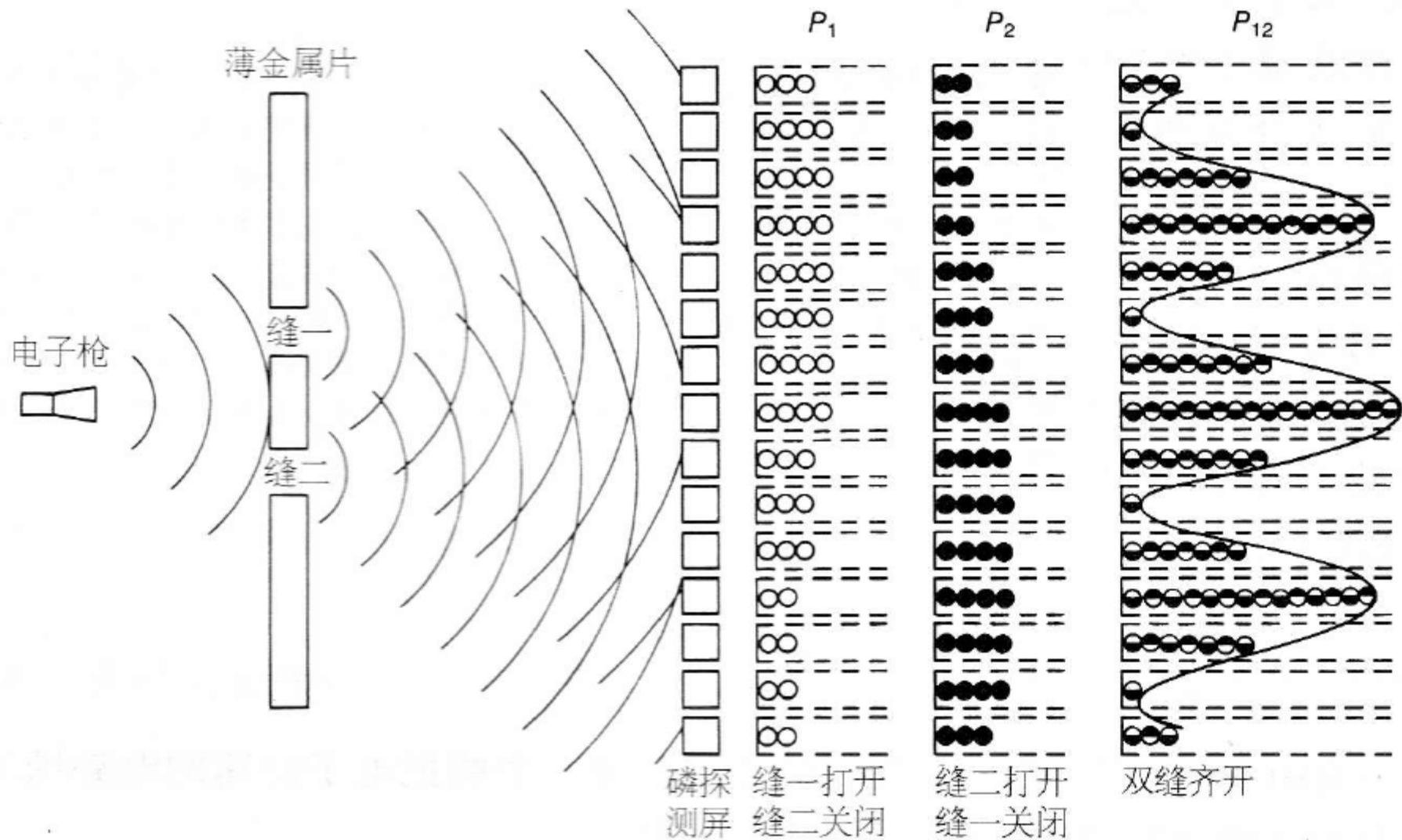
电子

干涉图样?

电子确实显示干涉(波的性质), 子弹则不表现波动性  
为什么?





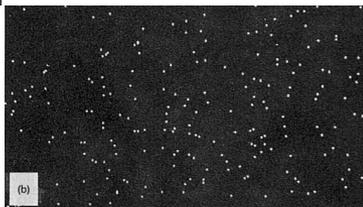


一段(相同)时间后每个探测器上的电子数目

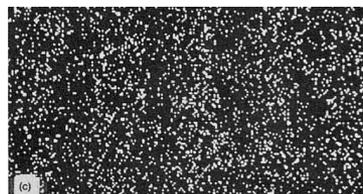
# 电子干涉的图像...



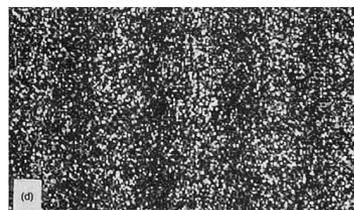
.01 [s]  
10 个电子



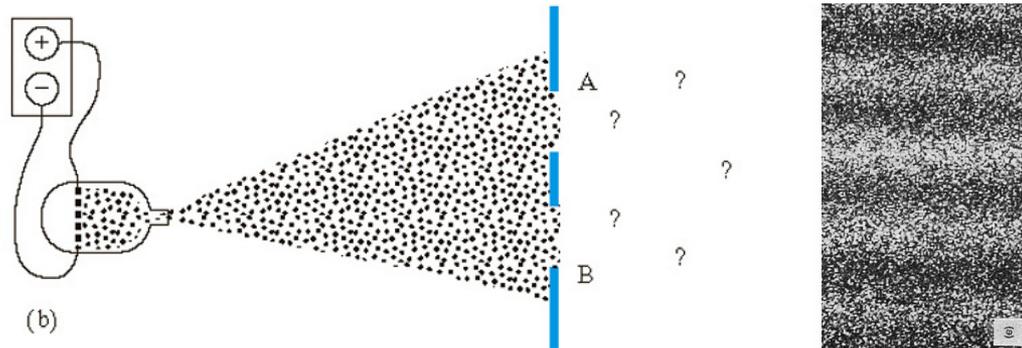
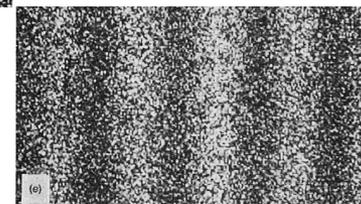
.1 [s]  
100 个电子



3 [s]  
3000 个电子



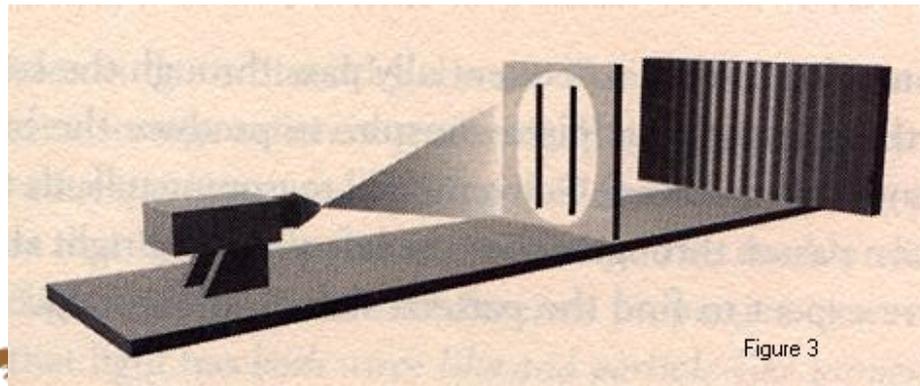
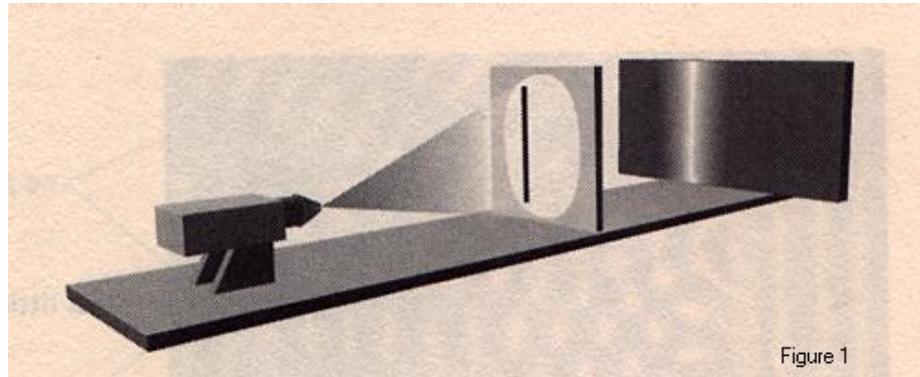
70 [s]  
70,000 个电子



波和粒子的统一.

# 叠加原理

加法的困惑：+ 如何相加？



# 物质波

计算一个1[kg] 砖块以1[m/s]速度运动时的波长.

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.6 \times 10^{-34} [Js]}{1 [kg] \cdot 1 [m/s]} = 6.6 \times 10^{-34} [m]$$

非常小！！

→ 对于宏观物质，无法感知波的性质

事实上，宏观物质不表现出量子特征有更深刻的原因。

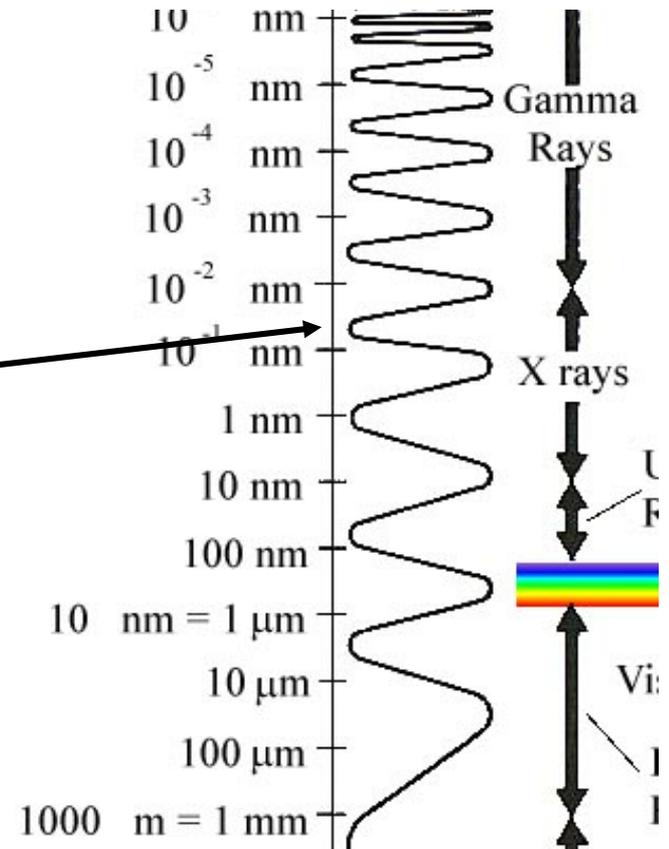
# 对于微观粒子

电子的波长

( $m = 9.1 \times 10^{-31} [kg]$ ) 以  $1 \times 10^7 [m/s]$  的速度运动.

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{mv} \\ &= \frac{6.6 \times 10^{-34} [Js]}{(9.1 \times 10^{-31} [kg])(1 \times 10^7 [m/s])} \\ &= 7.3 \times 10^{-11} [m] \\ &= 0.073 [nm]\end{aligned}$$

波长在x-射线区域



粒子是如何成为波的？

- 波函数的概率解释
- 波函数模的平方等于概率密度

$$p(x) = |\psi(x)|^2$$

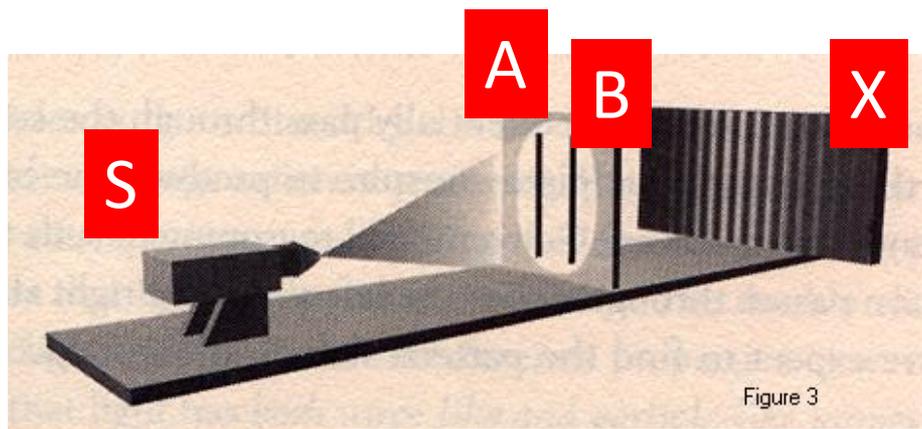
# 叠加原理



$\langle \text{电子到达 } x | \text{电子从 } s \text{ 出发} \rangle$

简化为  $\langle x | s \rangle$

# 双缝



$$\langle x|s \rangle \text{ 经过缝 } A = \langle x|A \rangle \langle A|s \rangle \qquad \langle x|s \rangle \text{ 经过缝 } B = \langle x|B \rangle \langle B|s \rangle$$

$$\phi_A = \langle x|s \rangle \text{ 经过缝 } A \qquad \phi_B = \langle x|s \rangle \text{ 经过缝 } B$$

$$\phi \equiv \langle x|s \rangle = \phi_A + \phi_B$$

$$|\phi|^2 = |\phi_A|^2 + |\phi_B|^2 + \phi_A^* \phi_B + \phi_A \phi_B^*$$

# 两点之间的概率幅

$$\langle \vec{r}_2 | \vec{r}_1 \rangle \propto \frac{\exp\left[i \frac{\vec{p}}{\hbar} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)\right]}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

你能否计算出双缝干涉的图样？

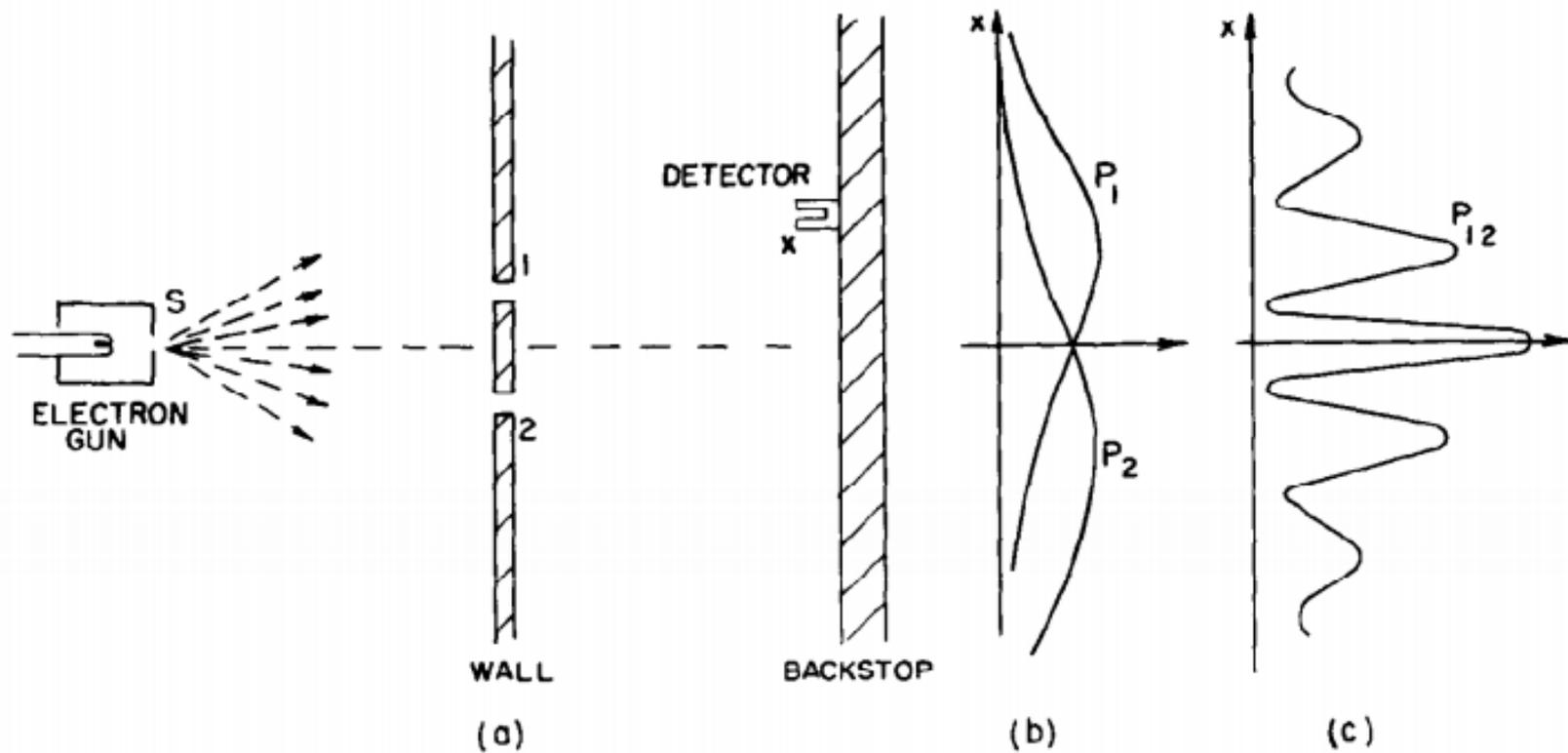
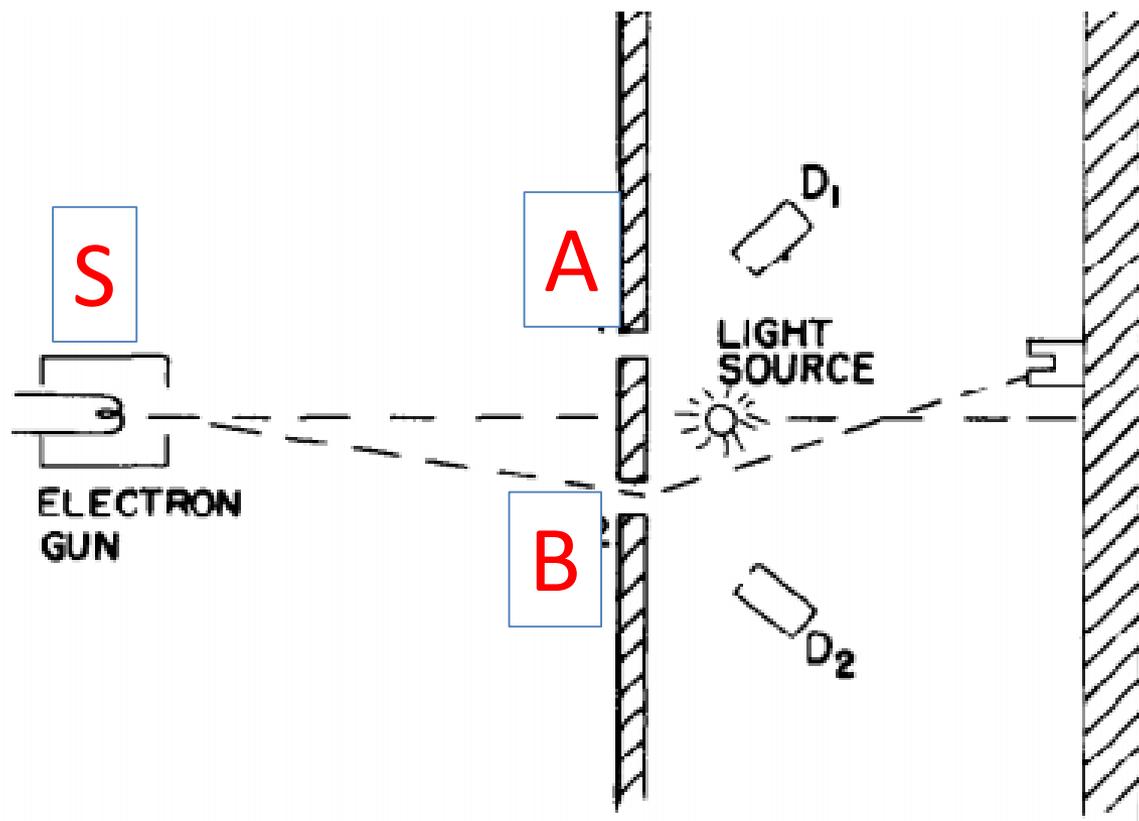


Fig 3-1. Interference experiment with electrons.



|  |  |             |
|--|--|-------------|
| $\left\langle \begin{array}{l} \text{电子通过缝} A \text{到达接收屏上的} x \\ \text{光子被散射进入探测器} D_1 \end{array} \right\rangle$ | $\left\langle \begin{array}{l} \text{电子从} s \text{发出} \\ \text{光子从光源发出} \end{array} \right\rangle$ | $= a\phi_A$ |
|--|--|-------------|

|  |  |             |
|--|--|-------------|
| $\left\langle \begin{array}{l} \text{电子通过缝} B \text{到达接收屏上的} x \\ \text{光子被散射进入探测器} D_1 \end{array} \right\rangle$ | $\left\langle \begin{array}{l} \text{电子从} s \text{发出} \\ \text{光子从光源发出} \end{array} \right\rangle$ | $= b\phi_B$ |
|--|--|-------------|

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{电子通过缝} B \text{到达接收屏上的} x \\ \text{光子被散射进入探测器} D_2 \end{array} \middle| \begin{array}{l} \text{电子从} s \text{发出} \\ \text{光子从光源发出} \end{array} \right\rangle = a\phi_B$$

$$\left\langle \begin{array}{l} \text{电子通过缝} A \text{到达接收屏上的} x \\ \text{光子被散射进入探测器} D_2 \end{array} \middle| \begin{array}{l} \text{电子从} s \text{发出} \\ \text{光子从光源发出} \end{array} \right\rangle = b\phi_A$$

当利用波长很短的光时,  $b = 0$

波长与两个缝的距离相当时,  $b$ 将不再为0, 一定数量的到达探测器  $D_1$  的光子是被通过缝  $B$  的电子散射的。

波长远大于缝之间的距离时, 通过缝  $A$  和缝  $B$  的电子对于光子的散射趋于等价,  $b = a$ .

与探测器 $D_1$ 记录到光子符合的，到达接收屏的电子的概率幅 成为

$$\phi_1 = a\phi_A + b\phi_B$$

与探测器 $D_2$ 记录到的光子符合的，到达接收屏的电子的概率幅成为

$$\phi_2 = a\phi_B + b\phi_A$$

到达接收屏的电子是这两个概率幅对应的概率之和

$$P = |\phi_1|^2 + |\phi_2|^2$$

当波长甚短， $b = 0$ ，则干涉花样完全消失，当波长甚长， $a = b$ ，则干涉花样完全恢复。

如果我们不去观察 $D_1$ 和 $D_2$ 的记录，那么，到达接收屏的电子的分布是什么样呢？

既然已经设置了光源和探测器，电子就已经被分类了，自然界的规律是客观的，他并不在意人是否去看记录，处理数据。